資本予算における多目的計画法の適用

経営学科　松 尾 敏 充
（大東文化大学経営研究所）

I．はじめに

一定の資金が制約されている場合に，複数の投資プロジェクト間に資金をいかに適切に配分するかという問題は資本予算問題とよばれている。これは当初，Lorie and Savage によって資本予算問題として提起されたが[1]，その後，この問題を合理的に解決するために線形計画法をはじめとする各種の数理計画法が適用され，種々の最適化モデルとして展開されてきた。例えば，これには，線形計画法を用いて終価モデルとして定式化したWeingartnerモデル[2]，また，これを確率制限制約法を用いて不確実性へと展開したNaslundモデル[3] などがある。

ただし，これらの最適化モデルの場合には，一定の制約条件のもとで，最大化あるいは最小化すべき目的関数は単一目的（例えば，終価，現在価値，配当など）によって構成されていた。しかしながら，単一目的の資本予算モデルには，次のような問題のあることが指摘されている[4]。

(1)　現在価値ルールが適用できない場合には，各期間のキャッシュフローは，別々の目標変数として定式化せざるをえない。それゆえ，長期間を対象とする資本予算モデルでは，多目的モデルとならざるをえない[5]。

(2)　不確実性を考慮した場合には，期待値だけではなくリスクの尺度を別の目標変数と考えるべきである。

(3)　企業経営者は，現実的には，刻々変化する複合的な複数の目的を同時に考慮しながら意思決定を行っている。それゆえ，資本予算においても現在価値目的を含む複数の目的を組み込んだ多目的モデルの定式化が要請される。

そこで，本稿では，いくつかの多目的計画法を取り上げ，その解法を示すとともに，実際の資本予算モデルの適用例を具体的に検討し，方法上の問題点を明らかにする。また，更に，資本予算モデルとしてどのような多目的計画法が適用可能であるかを探求することにする。

II．非優越解法[6]

1．一般的定式化

(1) 単一目的の計画問題

単一目的の計画問題では，一定の制約条件のもとで，n個の意思決定数から構成される目的関数の最適値（最大値あるいは最小値）を探求することを目的としている。この最適

化問題は次のように定式化することができる。

$$\max \quad z(x)$$

制約条件

$$g_i(x) \leq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

ここで，$z(x)$と$g_i(x)$は次のようにn次元ベクトルの意思決定変数で定義される。

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in R^n \text{(実数値の集合)}$$

また，実行可能領域はXで示され，次のように定義される。

$$X = \{x : x \in R^n,\ g_i(x) \leq 0,\ x_j > 0 \text{ 全てのiとjに対して}\}$$

この最適化問題では，実行可能領域X内で，$z(x)$の最大値をもたらすx^*($x^* \in X$)が探索される。目的関数と制約式が１次式ならば，これは線形計画問題となる。

(2) 多目的の計画問題

多目的の計画問題は次のようにp次元ベクトルの目的関数からなる。

$$z(x) = [z_1(x),\ z_2(x),\ \ldots,\ z_p(x)]$$

多目的の場合には，１つの目的だけの最適化を追及することはできないので，複数目的を同時に調和的に達成しなければならない。それゆえ，最適解ではなく非優越解（nondominated solutions）が追及される。[7] これは次のように定式化される。

$$\text{max-dominate}^{(8)}\ z(x) = [z_1(x),\ z_2(x),\ \ldots,\ z_p(x)]$$

制約条件

$$x \in X$$

また，実行可能解の集合が与えられた場合に，非優越解の集合Sは次のように定義される。

$$S = \{x : x \in X,\quad \text{次のような } x' \in X \text{ は存在しない}$$

$$z_q(z') > z_q(x) \qquad \text{p個の目的の中の任意のqに対して}$$

$$\text{かつ，} z_k(x') > z_k(x) \qquad \text{qを除く全てのkに対して} \quad \}$$

したがって，この定義から，ある非優越解から別の非優越解に移行すると，ある目的関数は改善されるものの，他の目的関数の値は減少することを意味する。

このように，多目的計画問題では１つの目的の最適化ではなく，この非優越解の集合を探索することを目的とする。それゆえ，以下では非優越解を導く方法から検討していくことにする。

２．各種の非優越解法

非優越解の集合を導くための方法には加重法，ε制約法，多目的線形計画法などがある。最初の２つの方法は多目的問題を単一目的に変換し，変換を行うために用いられたパラメーターをパラメトリックに変動させて非優越解の集合を導く方法である。加重法と制約法は目的関数や制約が非線形でも非優越解を得ることができる。

これに対し，多目的線形計画法は線形モデルしか適用できないが，当該問題を単一目的

に変換することなく，非優越解を得るために諸目的のベクトルを直接に処理する方法である。

(1) 加重法（重み係数法）

加重法は次のように定式化される。

$$\max \quad z(x)=w_1 z_1(x)+w_2 z_2(x)+\ldots+w_p z_p(x)$$

$$\text{制約条件} \quad x \in X$$

各目的関数$z_i(x)$に付された重み係数w_iは各目的の相対的な価値と解釈することができる。この係数w_iを用いて，多目的問題を単一目的の最適化問題に変換する。この方法では各目的の重み係数を意思決定者が任意に組み込めるというメリットがある。また，全ての係数が正であれば，この問題に対する最適解は非優越解であるから，[9] 一旦非優越解が求まれば，同一の超平面上にある非優越解との線形結合によって残りの非優越解が得られる。

実際には，この方法には問題も多い。重み係数の組み合わせを変えると，ある非優越解の端点をスキップすることもある。そのために隣接する端点を線形結合しても，多くのケースでは，非優越解に近い解しか得られない場合もある。近似値で充分かどうかは識別された端点の総数とこの方法での端点の数の割合で示される。各係数を変える際のステップサイズに応じてこの比率も変わる。ステップサイズが大きいとスキップする端点の数は多くなるが，その増分が小さいと計算量は多くなる。すなわち，非優越解を導く正確性と計算量のコストのトレードオフを勘案して判断せざるを得ない。[10]

(2) ε制約法

この方法は次のように定式化される。

$$\max \quad z_t(x)$$

$$\text{制約条件} \quad x \in X$$

$$z_k(x) \geq \varepsilon_k$$

$$k=1,\ 2,\ \ldots t-1,\ t+1,\ \ldots,\ p$$

ここで，t番目の目的関数が任意に選択され，それ以外の目的にはある下限値の制約が付され，その制約の下でこの目的関数が最大化される。目的関数と制約式が１次式であれば，この問題は通常のシンプレックス法で解くことができる。ただし，この方法では，ある特定の条件でしか非優越解が得られない。[11]

この方法の定式化は単純であるが，このε_kの値をどのように設定するかが問題である。多目的の実行可能値の範囲はその当初は未知であるから，ε_kの選択は充当する範囲の情報に依存している。もしも，ε_kを微細に変化させれば非優越解は導かれるが，かなりの計算量を必要とし，他方，大幅に変化させると，分析中のある時点では実行可能領域からは完全に外れることがある。[12]

3．Zeleny の多目的線形計画法（MOBLP）

多目的線形計画法には既に幾つかの方法が示されているが，ここでは一般によく用いられるZelenyの方法を示すことにする。[13] この多目的線形計画法は１つの端点非優越解から別の端点非優越解に，全ての非優越解が求まるまで移動する方法で，線形関数と線形制約だけに限定した方法である。この計算は次表の多目的シンプレックス表で行われる。

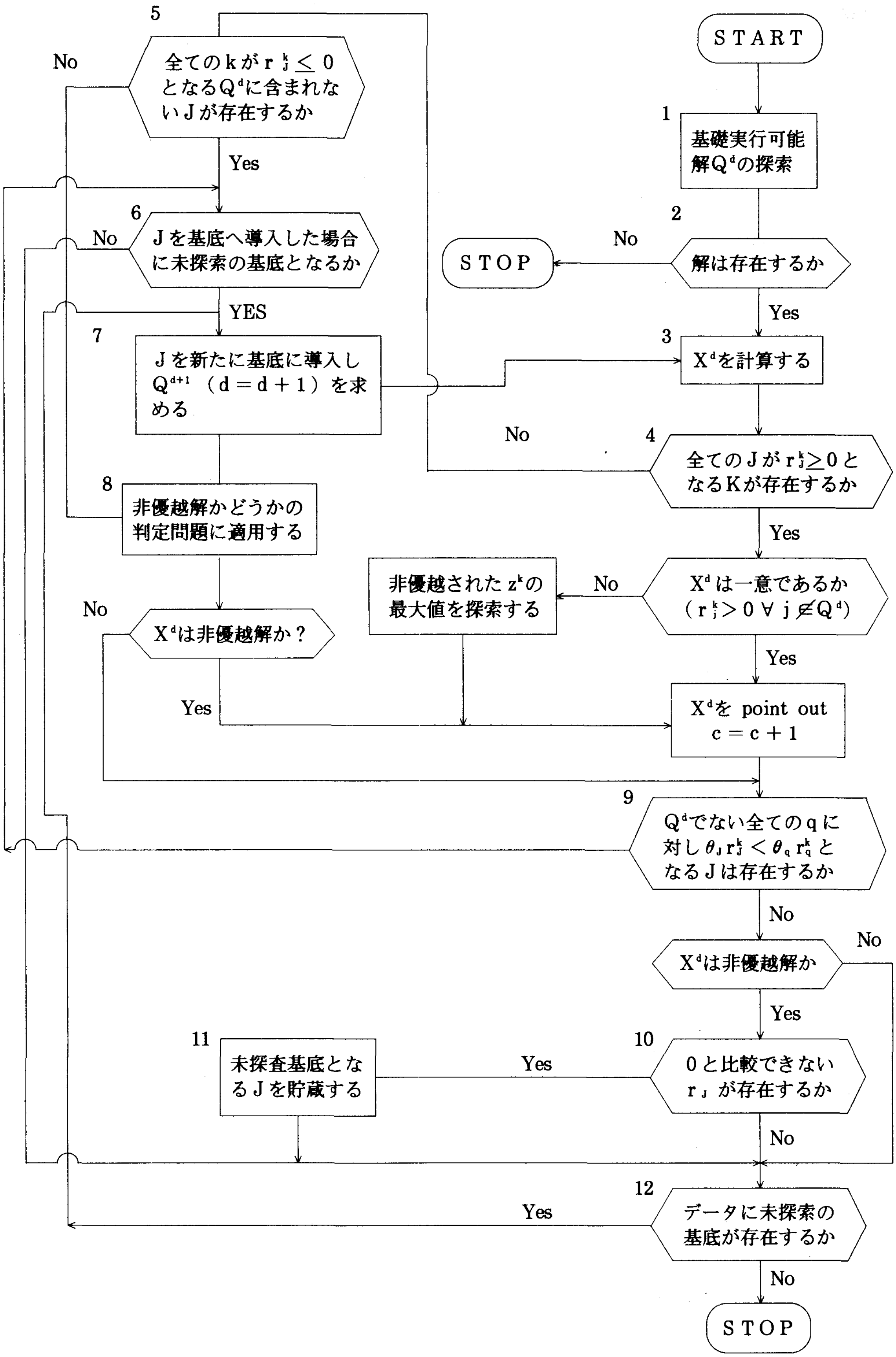
第１表　多目的シンプレックス表

	z_1	z_2	⋯	z_p	x_1	x_2	⋯	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	⋯	x_{n+m}	RHS
r^1_j	1	0	⋯	0	r^1_1	r^1_2	⋯	r^1_n	0	0	⋯	0	0
r^2_j	0	1	⋯	0	r^2_1	r^2_2	⋯	r^2_n	0	0	⋯	0	0
•					•							•	•
•					•							•	•
•					•							•	•
r^p_j	0	0	⋯	1	r^p_1	r^p_2	⋯	r^p_n	0	0	⋯	0	
x_{n+1}					a_{11}	a_{12}	⋯	a_{1n}	1	0	⋯	0	b_1
x_{n+2}					a_{21}	a_{22}	⋯	a_{2n}	0	1	⋯	0	b_2
•		0			•							•	•
•					•							•	•
•					•							•	•
x_{n+m}					a_{m1}	a_{m2}	⋯	a_{mn}	0	0	⋯	1	b_m

目的関数行はこの表では最初のp行に置かれており，その下に基底変数の行が設けられている。各行はn個の意思決定変数とm個のスラック変数からなっている。各目的関数には各変数のリデューストコストが行が置かれている。このリデューストコストr^k_j（kは目的行，jは変数列を示す）は非基底変数が基底に入る際の目的関数の変化率を示しており，これは単一目的のシンプレックス基準（$z_j - c_j$）に相当する。

非基底変数 x_j が θ 単位のレベルで基底に入った場合に，目的関数は $z'_k = z_k - \theta r^k_j$ に変化する。x_j はレベル $\theta > 0$ であるから，目的関数kは$r^k_j<0$の場合に限り増加する。このように，この方法では非優越解を探索するにあたって，現在の基底から次の基底に移動する判定基準としてリデューストコスト行が用いられる。[14]

このアルゴリズムの各ステップのフローチャートは次のようになる。



第１図 Zelenyの多目的シンプレックスアルゴリズム（出典　Goicoechea, et al. [3]p 84.）

Ⅲ．目標計画法

1．一般的定式化

目標計画法は次のように定式化される。

$$\min \ Wo=\sum_{t=0}^{p}(d_i^{+}+d_i^{-})$$

制約条件

$$x \in X$$
$$F_i(x)-d_i^{+}+d_i^{-}=T_i$$
$$d_i^{+},\ d_i^{-}>0, \qquad i=1,\ldots,p$$

ここで，T_iはi番目の目的関数$F_i(x)$にたいして意思決定者が設定した目標値であり，Xは実行可能領域を示している。d_i^{+}はi番目の目標値からの正の偏差（超過達成度）を示す偏差変数であり，d_i^{-}は負の偏差（過小達成度）を示す偏差変数である。これに目標間の順位係数 P_i $(i=1,\ldots,p)$とウエイト(w_i)を付して一般化すると次のようになる。

$$\min \ Wo=\sum_{t=0}^{n}P_i(w_i^{+}d_i^{+}+w_i^{-}d_i^{-})$$

制約条件

$$x \in X$$
$$F_i(x)-d_i^{+}+d_i^{-}=T_i$$
$$d_i^{+},\ d_i^{-}\geq 0, \quad i=1,\ldots,p$$

この定式化に見られるように，目標計画法では，実行可能領域内で，要求された目標値との偏差の総計を最小化することを目的にしている。これは通常の線形計画法のシンプレックス法で容易に解を得ることができる。

2．多目標計画法の解法

ここではP.Ignizio に基づいて複数目標の場合のアルゴリズムを示すことにする。[15] 彼によれば，達成関数は，（同一順位を示すゴール内に重みづけされているような）ゴール差異の順序づけられた集合を辞書式に最小化することにある。[16] この達成関数ないし達成ベクトルは次のようになる。

$$z=(z_1,\ z_2,\ldots,\ z_p)$$

ここで，$z_p=g_p(d^{+},\ d^{-})$ は優先度pにおいて最小化すべきゴールまた制約式の差異変数に関する1次式である。また，z_1は絶対制約式に関する差異関数とする。[17] このような前提のもとで，反復的線形目標計画法（ＳＬＧＰ）と多段階シンプレックス法（修正シンプレックス法）という２つのアプローチを展開している。ここでは後者のアルゴリズムを取り上げる。

《多段階線形目標計画アルゴリズム》[18]

この方法は二段階法を洗練させたものであり，以下のような多段階シンプレックス表を用いて計算が行われる。

ここでP_k はk番目の優先度を示し，Vは変数を示し，Vの右側は最初の非基底変数で，Vの下は最初の基底変数を示す。X_B は基底解ベクトルを表すが，この表のX_B の下は基底変数の最初の値を示す。この最初の表の$y_{i,s}$ はi番目のゴールにおけるs列の非基底変数の係数である。$w_{k,s}$ は優先度kにおける第s列の非基底変数に対する重み係数。

第2表　多段階シンプレックス表

	P_k	$w_{k,1}$	…	$w_{k,n}$	$w_{k,n+1}$	…	$w_{k,n+m}$	
	⋮			⋮			⋮	
	P_1	$w_{1,1}$	…	$w_{1,n}$	$w_{1,n+1}$	…	$w_{1,n+m}$	
P_k … P_1	V	x_1	…	x_n	d_1^+	…	d_m^+	X_B
$u_{1,k}$ … $u_{1,1}$	d_1^-	$y_{1,1}$	…	$y_{1,n}$	$y_{1,n+1}$	…	$y_{1,n+m}$	b_1
⋮	⋮			⋮			⋮	⋮
$u_{m,k}$ … $u_{m,1}$	d_m^-	$y_{m,1}$	…	$y_{m,n}$	$y_{m,n+1}$	…	$y_{m,n+m}$	b_m
	P_1	$R_{1,1}$	…	$R_{1,n}$	$R_{1,n+1}$	…	$R_{1,n+m}$	a_1
	⋮	⋮					⋮	⋮
	P_k	$R_{k,1}$	…	$R_{k,n}$	$R_{k,n+1}$	…	$R_{k,n+m}$	a_k

$u_{i,k}$ は優先度kにおける，第i行の基底変数に対する重み係数。$R_{k,s}$ はs番目の非基底変数の下の優先度kに対する指標行要素。a_k は優先度kにおけるゴールの達成水準。

このようなシンプレックス表に基づき以下のようなステップで解を得る。[19]

ステップ1　最初の多段階シンプレックス表を作成し，優先度1だけの指標行を求め，k＝1とおき，ステップ2へ行く。

ステップ2　第k指標行における最大の正の値を有する要素（$R_{k,s}$ ）で，より上位の優先度に負の値のない列を選び，これをs’列とし，ステップ3へ行く。このようなs’列が見いだせない場合にはステップ6へ行く。

ステップ3　第s’列に対応する非基底変数を加入変数とする。

ステップ4　$x_{B,i}$ /$y_{i,s}$ が非負で最小の値をもつ行をi’とし，この行に対応する基底変数を離脱変数とする。

ステップ5　必要なピボット操作を行い，新しいシンプレックス表を作成する。

ステップ6　現行の指標要素の各列ベクトルの中で，ゼロだけで構成されている列ベクトルが存在するか。存在していればステップ7へ行く。そうでなければ，最適解に到達したので終了する。

ステップ7　$k=k+1$とおく。もし，$k \leq K$ならば優先度kの指標行を作成し，ステップ2へ行く。そうでなければ，現行の解が最適であるので終了する。

Ⅳ．資本予算への適用[20]

1．多目的線形計画法（MOBLP）の適用

多目的計画問題を取り扱っている資本予算あるいは財務計画モデルでは，いくつかの文献でMOBLP等の非優越解を求める方法が適用されている。ここではMOBLPの適用例の1つとしてSealeyのモデルを取り上げ，彼のモデルを対象に方法上の問題点を具体的に探ることにする。

(1) Sealeyの財務計画モデル[21]

彼は財務論における富の極大化という単一目的の追及に疑問を呈し，経営管理者の意思決定は利益や流動性などの複数の目的によって影響を受けているとし，企業の意思決定のプロセスを効用最大化を目的とする多目的計画問題として捉えている。彼は効用最大化のための2つのアプローチを次のように示唆している。

①特定の効用関数を予め明示し，一定の制約の下で直接に効用関数を最大化する方法

②非優越解の集合を探索し，これを主観的に評価する間接的な効用最大化の方法

このうち前者のアプローチでは，効用関数の正確な特定化が困難であり，意思決定者自身これを明確に提示できない場合が多い。また，仮に効用関数が特定化されても，この効用関数は必ずしも安定しないことから，彼は第2のアプローチを主張する。

このアプローチでは，事後的に意思決定者が効用を表明することから，効用関数に係わる問題を回避することができる。すなわち，意思決定者は，モデルにより得られた非優越解の中から，最適と思われる解を主観的に選好すればよい。このアプローチが非優越解法であり，銀行の簡単な財務計画モデルに適用された。このモデルは次のように定式化された。[22]

$$\text{max}-\text{dominate} \quad z(x)=[z_1(x),\ z_2(x),\ z_3(x)]$$

$$z_1(x)=.04x_2+.045x_3+.05x_4+.06x_5+.1x_6$$ （利益目的）

$$z_2(x)=.001x_2+.008x_3+.008x_4+.012x_5+.02x_6$$ （規制自己資本比率）

$$z_3(x)=.2x_6$$ （危険資産比率）

制約条件

$$x_1+.995x_2+.96x_3+.9x_4+.85x_5 \geq 26$$ （自己資本規制）

$$x_i \geq 3.25\ ;\ i=2,3,...,\ 6$$ （資産分散化）

$$x_1 \geq 6.4$$ （積立要求額）

$\Sigma x_i = 65$; $i = 1, 2, \ldots, 6$（貸借対照表制約）

（ここで，意思決定変数であるxは流動性に応じて分類された６つのタイプの資産である。）

この問題を解くためにZelenyのMOBLPのアルゴリズムが適用された。その結果，17の端点非優越解が得られ，極端な値を除く７つの非優越解が示された。MOBLPモデルでは，この非優越解の集合が意思決定者に提示され，これらの解の比較により明示されたトレードオフを意思決定者が評価し，その中から最適と思われる解が主観的に選好される。

(2) 多目的線形計画法（MOBLP）の問題点

彼の適用したZelenykの多目的線形計画法（MOBLP)は，非優越解法の１つであり，リデュースト コストを利用して，ある端点非優越解から次の端点非優越解に分析を進めながら，実行可能領域内にある端点を探索する方法である。それゆえ，導かれた解は当然に非優越解である。これに対し，目標計画法の場合には，意思決定者の設定する目標値によっては得られた解が非優越とならない場合がある。このことから，彼は多目的計画モデルには非優越解法を用いることが望ましいと主張している。[23]

しかしながら，モデルが大規模になり，非優越解の数が多くなると選択肢がさらに拡大し，意思決定者の最終的な判断に混乱を招く結果となる。特に，Zelenyの方法はかなりの計算量を必要とし，すべての非優越解を識別するのにかなりの労力を必要とする場合には余り推奨できる方法ではない。

このモデルは，資産区分が６つで，かつ１期間という非常に簡単なモデルであった。それにもかかわらず，17もの非優越解が得られた。モデルが更に複雑になれば端点非優越解の数は飛躍的に増加し，その中から意思決定者が最善と思われる解を選択することは極めて困難である。そこで，非優越解法が大規模問題にも有効であるためには意思決定者の選好構造を何らかの形でモデルに組み入れて，非優越解を縮小するための試みが行われなければならない。

２．目標計画法の適用

多目的資本予算モデルに目標計画法を適用した例は数多くあるが，[24] ここではWeingartnerの単一目的モデルを多目的モデルに拡張したChateauのモデルを対象とし，目標計画法の問題点を具体的に探求することにする。

(1) Chateauの資本予算モデル[25]

彼はWeingartnerによる単一目的の資本予算モデルを次のような多目的モデルに拡張した。[26]

目的関数

$$(a)\ \text{Min}\quad M_3\left[\sum_{t=1}^{T} y_{1t}^{+}\right] + M_2\left[y_{2T}^{+} + y_{2T}^{-}\right]$$

$$+ 2M_1\left[\sum_{t=1}^{T}\left(y_{3t}^{+} + y_{3t}^{-}\right)\right] + M_1\left[\sum_{t=1}^{T}\left(y_{4t}^{+} + y_{4t}^{-}\right)\right]$$

制約条件

(b) $\sum_{j=0}^{n}(\pm a_{tj})x_j + C_t + W_t - y_{1t}^{+} + y_{1t}^{-} = M_t$ (内部留保)

(c) $\sum_{j=1}^{n}\hat{a}_{Tj}\,x_j - y_{2T}^{+} + y_{2T}^{-} = G_T$ (計画期間T以降のキャッシュフローの終価)

(d) $C_t - y_{3t}^{+} + y_{3t}^{-} = C_0 e^{gt}$ (現金保有目標，C_0は初期値)

(e) $W_t - y_{4t}^{+} + y_{4t}^{-} = W_0 e^{gt}$ (配当目標，W_0は初期値)

(f) $x_j \leqq 1 \quad j=1...n$

(g) ①x_j ，C_t ，$W_t \geqq 0$ ②$y_{it}^{+}, y_{it}^{-} \geqq 0 \quad i=1...4,\ t=1...T$

(b)，(f)，(g)①式は資本予算の一般的な環境制約を示しており，(c)，(d)，(e)式は競合的な方針に対する目標制約を示している。資金の均衡目標(b)では，総ての資金のアウトフローは留保利益から得られる資金に等しいという条件を示している。この目標は環境制約であるので，最大の先験的優先係数が与えられている。この内部資本配分モデルの場合には，負の偏差，即ち，資金の余剰が現実的であり望ましいが，入手可能な資金を超えないことが要求されている。

更に，M_i の相対的な順位係数を見ると，マネージャーは他の２つの方針（配当方針と流動性の方針）よりも資産評価の方針をより重視している。最後の２つの方針は同一の先験的優先係数を有するが，流動性の偏差には２，配当の偏差には１のウエイトが割り当てられていることから，配当目標よりも現金保有目標に大きな重要性を与えている。

(2) 目標計画法の問題点

目標計画法の問題点は，得られた解が必ずしも非優越解を導くとは限らないことにある。例えば，目標制約による交点が被優越解のときには，最終的な解が被優越解となる場合がある。目標値は組織の要求や希求水準に対する意思決定者の知覚に基づいており，目標制約の許容範囲を熟知していないことから，意思決定者の設定する目標値により被優越解が生ずる場合がある。解における全ての偏差がゼロの場合にこのようなケースが生ずる。

そのような場合には，アナリストの果たす役割が重要である。もしアナリストが意思決定者に目標値を変えて当該目標計画法を解くように示唆できれば，アナリストの有効性は非常に高いものとなる。最初に意思決定者は「合理的」と思える目標値を設定する場合には，慎重でなければならない。もし，すべての目標値が達成されたならば，次に，もう少し高い値を要求し，再びその目標計画問題を解く。そうすれば，最終的には，意思決定者は当該問題の現実状況を把握できるし，また，目標値の集合やそれに伴う解の集合を配慮して意思決定を行える。このように，目標計画法の有効性は，アナリストが問題の基本的

な要素を把握し，これらを目標や制約にいかに定式化し得るかにかかっている。[27]

V．今後の研究課題

既述したように，非優越解法の問題点は意思決定変数の増加とともに探索する端点の数が飛躍的に増大し，計算量が激増することにある。また，その結果，得られた非優越解の数が増え，意思決定者の最終的な判断がつきかねる場合が多いことも，この方法の問題点として指摘されている。その一方で，得られた解は必ず非優越解となり，意思決定者が事後的に評価するために，効用関数を特定化する必要のないこともこの方法のメリットとされている。

他方，目標計画法は満足化基準を志向する経営実践に非常に適合した方法で，実際に，既に，広範囲の経営上の諸問題に目標計画法が適用されている。しかしながら，目標計画法には意思決定者が詳細な先験的情報（希求水準，付順，加重に関する情報）を提示しなければならない点に問題があると指摘されている。また，既に述べたように，非優越解が得られない場合があることも目標計画法の問題とされている。

このように両者の方法にはいくつかの問題点があるために，第3の方法として，対話型の方法が提案されている。[28] この方法は意思決定者とアナリストとの相互の継続的な交流に基づく方法である。この対話型の方法は意思決定者の選好関数を明示的に特定化したり，目標間のトレードオフを明示的に表明する必要がない。また，通常の対話型の方法では，意思決定者は非常に限定された情報して要求されないし，しかも，それを段階的に提示しさえすればよいと言われている。

この対話型の方法は，Spronkによれば次の3つに分類される。[29]

(1) 現行の解において目標値が与えられた場合に，各反復過程において，意思決定者が目標変数間のトレードオフを決定しなければならない方法
(2) 各反復過程において，限定された非優越解の集合の中から，意思決定者が「最善の」解を選択しなければならない方法
(3) 各反復過程において，意思決定者は複数の目標変数に対して最小値か最大値を指示しなければならない方法

これらの3つのタイプの方法は，意思決定者によって提示される情報に対して，要求される正確性の程度に相違がある。それゆえ，異なる意思決定状況には異なる方法が必要なことから，これら3つの方法にはそれぞれ存在意義があるとしながらも，(3)の方法を推奨している。それゆえ，彼の見解に従えば，多目的計画問題に関する今後の研究方向としてはこの種の方法が探求されねばならない。その1つの方法として，彼の提唱した対話型の多目標計画法（IMGP）がある。ここではこのような研究方向を示唆するだけにとどめ，詳細は今後の研究課題としたい。[30]

注

(1) Lorie, J.H. and L.J.Savage, "Three Problems in Rationing Capital," *Journal of Business,* Vol.28, No.4, pp.229−239, 1955.

(2) Weingartner, H.M., *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems;* Prentice−Hall, 1963.

(3) Naslund, B., "A Model of Capital Budgeting Under Risk." *Journal of Business,* Vol.39, No.2, pp.257−271, 1966.

(4) Spronk, J., "Interactive Multiple Goal Programming As an Aid for Capital Budgeting and Financial Planning with Multiple Goals," in Crum, L.C. and F.G.J.Derkinderen(ed), *Capital Budgeting under Conditions of Uncertainty;* Martinus Nijhoff Publishing, 1981. pp.189−193.

(5) J.Hirshleiferは各投資案が独立ではなく，完全資本市場が存在しない場合には，現在価値ルールでは正確な解の得られないケースが生ずる場合があると指摘している。
Hirshleifer, J., "On the Theory of Optimal Investment Decision," *Journal of Political Economy,* Vol.66, No.4, p.352, 1958.

(6) 以下では非優越解法をGoicoechea, A.D.H.et al.にしたがって検討する。
Goicoechea, A.D.H., D.R.Hansen and L.Duckstein, *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications;* John Wiley & Sons, 1982.

(7) 非優越解とは，実行可能領域Xの中にあるそれ以外の解を優越する解の集合であり，パレート最適解あるいは効率解ともよばれる。 (*Ibid.*, pp.22−23.)

(8) ここで，max−dominateという用語は，非優越解の集合を探索し，識別するという意味内容を伝えるために用いられている。 (*Ibid.*, p.20.)

(9) この定理と証明については『非線形システムの最適化〈一目的から多目的へ〉』坂和正敏著 1986年 森北出版. p.118. 参照。

(10) Goicoechea, A.D.H.et al., op.cit., pp.45−49.

(11) *Ibid.*, p.54.

(12) この方法に基づいて，非優越解を導くいくつかの体系的なアルゴリズムが既に提示されている。(*Ibid.*, p.54)

(13) 多目的線形計画法にはこのZelenyの方法の他に以下のPhilipの方法などがある。
Philip, J., "Algorithms for the Vector Maximization Problem," *Mathematical Programming,* 2, pp.207−229, 1972.

(14) この方法は次の3つの定理に基づいて非優越解の探索が行われている。
(Goicoechea, A.D.H.et al., op.cit., pp.81−83.)
定理1－現在の基底Q^dがあたえられた場合，全てのkに対して$r_j^k \leq 0$で，少なくとも1つのkに対しては$r_j^k < 0$ (k=1,2,..,p) のような非基底列jが存在するならば,

現在の解xは被優越解（すなわち，$x \notin S$）である。

定理２－現在の基底Q^dが与えられた場合，全てのkに対して$r_j^k \geq 0$で，少なくとも１つのkに対しては$r_j^k > 0$ (k=1,2,..p）のような非基底列jが存在するならば，この非基底列jを基底に入れると，被優越解となる。

定理３－現在の基底Q_d（基底列の集合によって表されている）が与えられた場合，次のようなj列やq列が存在するならば，q番目の列を解に導入することによって生ずる解x'はj番目の列を解に導入することによって生ずる解x"に優越される。

$$\theta_j \ r_j^k \leq \theta_q \ r_q^k, \ k=1,2,\ldots,p$$

$\theta_j \ r_j^k < \theta_q \ r_q^k$，少なくとも１つのkに対して

(15) 『単一目標・多目標システムにおける線形計画法』J.P.イグナチオ著　高桑宗右エ門訳1985年　コロナ社．pp.277以下参照。

(16) Ignizioによればゴールは希求水準の備わった目標を示している。前掲書p.281参照。

(17) 彼の場合にはゴールと制約式は同等に扱われており，制約式にも差異変数を設けている。ただし，制約式の差異変数は最優先される。前掲書p.284参照。

(18) 前掲書pp.319－333参照。

(19) 前掲書pp.323－325参照。

(20) ここでは広く多目的計画法の適用例を取り上げるために，Spronkに倣って資本予算を財務計画を含む広い範囲でとらえることにする。
Spronk,J.,*op.cit.* ,p.189.

(21) Sealey,C.W., "Financial Planning with Multiple Objectives," *Financial Management*,Vol.7,No.4,pp.17－23,1978.

(22) *Ibid.*,pp.20－21.

(23) *Ibid.*,p.23.

(24) その他の資本配分モデルへの適用例には以下のものがある。
Hawkins,A.H. and R.A.Adams, "A Goal Programming Model for Capital Budgeting," *Financial Management*,Vol.3,No.1,pp.52－57,1974.
Lee,M. and A.J.Lerro, "Capital Budgeting for Multiple Objectives," Financial Management,*Vol.3,No.1,pp.58－66,1974.*

(25) Chateau,J.P.D., "The Capital Budgeting Problem under Conflicting Financial Policies," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.2,No.1,pp.83－103,1975.

(26) *Ibid.*,p.87－88.

(27) Goicoechea,A.D.H.et al.,*op.cit.* ,pp.116－118.

(28) Chateauも目標計画法には問題があるとし，以下のGeoffrion et al. による限界代替率を用いた対話型の方法を取り上げている。
(Chateau,J.P.D., *op.cit.*,pp.89－95)

Geoffrion, A.M., J.S.Dyer and Feinberg, "An Interactive Approach for Multi−Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department," *Management Science*, Vol.19, No.4, pp.357−368, 1972.
(29) Spronk, J., *Interactive Multiple Goal Programming*; Martinus Nijhoff Publishing, pp.101−124, 1981.
(30) *Ibid.*, pp.222−253.

主要参考文献

[1] Chateau, J.P.D., "The Capital Budgeting Problem under Conflicting Financial Policies," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.2, No.1, pp.83−103, 1975.
[2] Crum, L.C. and F.G.J.Derkinderen(ed), *Capital Budgeting under Conditions of Uncertainty*; Martinus Nijhoff Publishing, 1981.
[3] Goicoechea, A.D.H., D.R.Hansen and L.Duckstein, *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications;* John Wiley & Sons, 1982.
[4] Sealey, C.W., "Financial Pianning with Multiple Objectives," *Financial Management*, Vol.7, No.4, pp.17−23, 1978.
[5] Spronk, J., *Interactive Multiple Programming*; Martinus Nijhoff Publishing, 1981.
[6]『線形システムの最適化〈一目的から多目的〉』
坂和正敏著　1984年　森北出版.
[7]『単一目標・多目標システムにおける線形計画法』
J.P.イグナチオ著　高桑宗右ヱ門訳　1985年　コロナ社.
[8]『非線形システムの最適化〈一目的から多目的へ〉』
坂和正敏著　1986年　森北出版.
[9]『経営の多目標計画』伏見，福川，山口共著　1987年　森北出版.